Билет №10

1) Методы линеаризации. Гармоническая линеаризация. Пример вычислений коэффициента гармонической линеаризации для однозначных и многозначных нелинейностей, петля гистерезиса, двухпозиционное реле.

9.2.2. Метод гармонической линеаризации

Под ***линеаризацией*** понимают приближенную замену нелинейной функции линейной таким образом, чтобы по какому-то выбранному показателю обе эти функции совпадали.

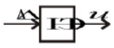


Рис. 9.4. Нелинейный элемент

В способе гармонической линеаризации нелинейный элемент (рис. 9.4) заменяется квазилинейным звеном, параметры которого определяются при синусоидальном входном сигнале

$$\Delta = A\sin(\omega t) \qquad (9.5)$$

из условия равенства амплитуд первых гармоник на выходе нелинейного элемента и эквивалентного ему линейного звена.

Рассмотрим процедуру линеаризации для нелинейного элемента, уравнение которого имеет вид

$$u = f(\Delta, \dot{\Delta}). \qquad (9.6)$$

При поступлении на его вход гармонического сигнала (9.5) на выходе звена в установившемся режиме также будет периодический, но несинусоидальный сигнал

$$u = f\left[A\sin(\omega t), A\omega\cos(\omega t)\right] = f(A, \omega t). \qquad (9.7)$$

Разложим его в ряд Фурье [11] и получим

$$u = u_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[b_k \sin(k\omega t) + c_k \cos(k\omega t)\right], \qquad (9.8)$$

где будем полагать $u_0 = 0$, что справедливо для симметричной нелинейной характеристики (9.6).

С учетом (9.7) коэффициенты ряда Фурье (9.8) определяются известными соотношениями

$$\begin{cases} b_k = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(A, \omega t)\sin(k\omega t)\,d(\omega t), \\ c_k = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(A, \omega t)\cos(k\omega t)\,d(\omega t). \end{cases}$$

Используем только первые члены ряда разложения в (9.8), пренебрегая высшими гармониками, и получим

$$u \approx b_1 \sin(\omega t) + c_1 \cos(\omega t). \qquad (9.9)$$

Учтем, что $\Delta = A\sin(\omega t)$, а $\dot{\Delta} = A\omega\cos(\omega t)$, следовательно,

$$\begin{cases} \sin(\omega t) = \dfrac{\Delta}{A}, \\ \cos(\omega t) = \dfrac{\dot{\Delta}}{A\omega}. \end{cases} \qquad (9.10)$$

После подстановки (9.10) в (9.9) получим выражение для выходного сигнала нелинейного звена

$$u = \frac{b_1}{A}\Delta + \frac{c_1}{A\omega}\dot{\Delta},$$

которое, если принять обозначения

$$\begin{cases} q_1(A, \omega) = \dfrac{b_1}{A}, \\ q_2(A, \omega) = \dfrac{c_1}{A}, \end{cases} \qquad (9.11)$$

можно записать в виде

$$u = q_1(A, \omega)\Delta + \frac{q_2(A, \omega)}{\omega}\dot{\Delta}. \qquad (9.12)$$

Здесь $q_1(A, \omega)$ и $q_2(A, \omega)$ – коэффициенты гармонической линеаризации.

Как видим, уравнение нелинейного звена (9.12) с точностью до высших гармоник является квазилинейным. При постоянных значениях амплитуды входного сигнала A коэффициенты гармонической линеаризации $q_1(A, \omega)$ и $q_2(A, \omega)$ являются постоянными. Однако различным значениям амплитуды A соответствуют разные коэффициенты $q_1(A, \omega)$ и $q_2(A, \omega)$. В этом заключается отличие гармонической линеаризации от обычной (см. разд. 8).

Таким образом, вместо нелинейного элемента с характеристикой (9.6) можно рассматривать эквивалентное линейное звено, поведение которого описывается уравнением (9.12). Оно может быть представлено в операторной форме

$$u = \left[q_1(A, \omega) + \frac{q_2(A, \omega)}{\omega}p\right]\Delta. \qquad (9.13)$$

Для гармонически линеаризованного нелинейного элемента можно записать передаточную функцию

$$W_{\text{нэ}}(p, A, \omega) = \frac{u}{\Delta} = q_1(A, \omega) + \frac{q_2(A, \omega)}{\omega}p \qquad (9.14)$$

и получить из нее выражение для частотной характеристики

$$W_{\text{нэ}}(A, j\omega) = q_1(A, \omega) + jq_2(A, \omega). \qquad (9.15)$$

В случае статической нелинейной характеристики вместо (9.6) имеем

$$u = f(\Delta)$$

и уравнение (9.13) принимает вид [1]

$$u = \left[q_1(A) + \frac{q_2(A)}{\omega}p\right]\Delta, \qquad (9.16)$$

где коэффициенты гармонической линеаризации $q_1(A)$ и $q_2(A)$ зависят только от амплитуды. При этом получим передаточную функцию

$$W_{\text{нэ}}(p, A, \omega) = q_1(A) + \frac{q_2(A)}{\omega}p \qquad (9.17)$$

и частотную характеристику

$$W_{\text{нэ}}(A, j\omega) = q_1(A) + jq_2(A) \qquad (9.18)$$

статического нелинейного звена.

Для однозначной статической нелинейной характеристики коэффициент $q_2(A) = 0$, и вместо (9.15) получим

$$W_{\text{нэ}}(A, j\omega) = q_1(A). \qquad (9.19)$$

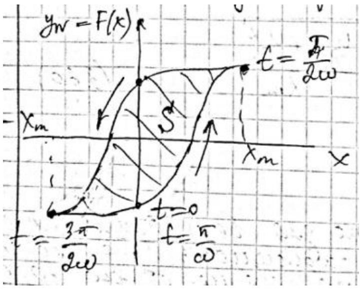
Коэффициенты гармонической линеаризации типовых статических нелинейных звеньев приводятся в литературе (например, в [1, 10]).

Примеры вычисления коэффициентов гармонической линеаризации:

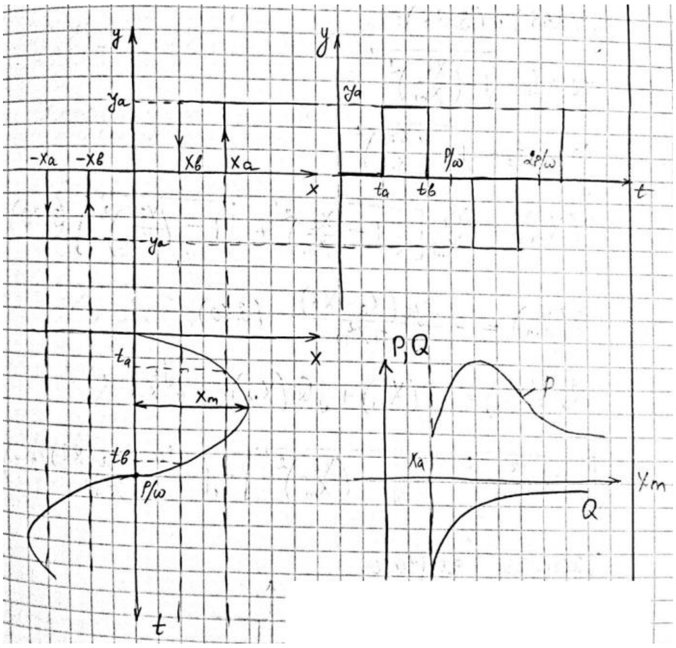
а) петля гистерезиса

$$Q(X_m) = \frac{y_{Q1}}{X_m} = \frac{1}{\pi X_m}\int_0^{2\pi} F(X_m \sin\omega t)\cos\omega t\, d(\omega t) = \frac{1}{\pi X_m^2}\oint F(X_m \sin\omega t)\, d(X_m \sin\omega t) = \frac{1}{\pi X_m^2}\oint F(x)\,dx = \frac{1}{\pi X_m^2} S \quad (3.61)$$

S - площадь, ограниченная этой НХ



б) двухпозиционное реле



Коэффициенты гармонической линеаризации и коэффициент усиления:

Из (3.65) и (3.66):

$$\cos\omega t_a = \sqrt{1-\left(\frac{X_a}{X_m}\right)^2}$$

$$\cos\omega t_b = \sqrt{1-\left(\frac{X_b}{X_m}\right)^2}$$

$$P(X_m) = \frac{2y_a}{\pi X_m}\left[\sqrt{1-\left(\frac{X_a}{X_m}\right)^2} + \sqrt{1-\left(\frac{X_b}{X_m}\right)^2}\right] \quad (3.69)$$

$$Q(X_m) = -\frac{2y_a(X_a - X_b)}{\pi X_m^2} \quad (3.70)$$

$$G_N(X_m) = P(X_m) + jQ(X_m) = \frac{2y_a}{\pi X_m}\cdot\left[\sqrt{1-\left(\frac{X_a}{X_m}\right)^2} + \sqrt{1-\left(\frac{X_b}{X_m}\right)^2}\right] - j\,\frac{2y_a(X_a - X_b)}{\pi X_m^2} \quad (3.71)$$

$$\begin{cases} X_m \sin\omega t_a = X_a \\ \sin\omega t_a = \dfrac{X_a}{X_m} \end{cases} \qquad (3.65)$$

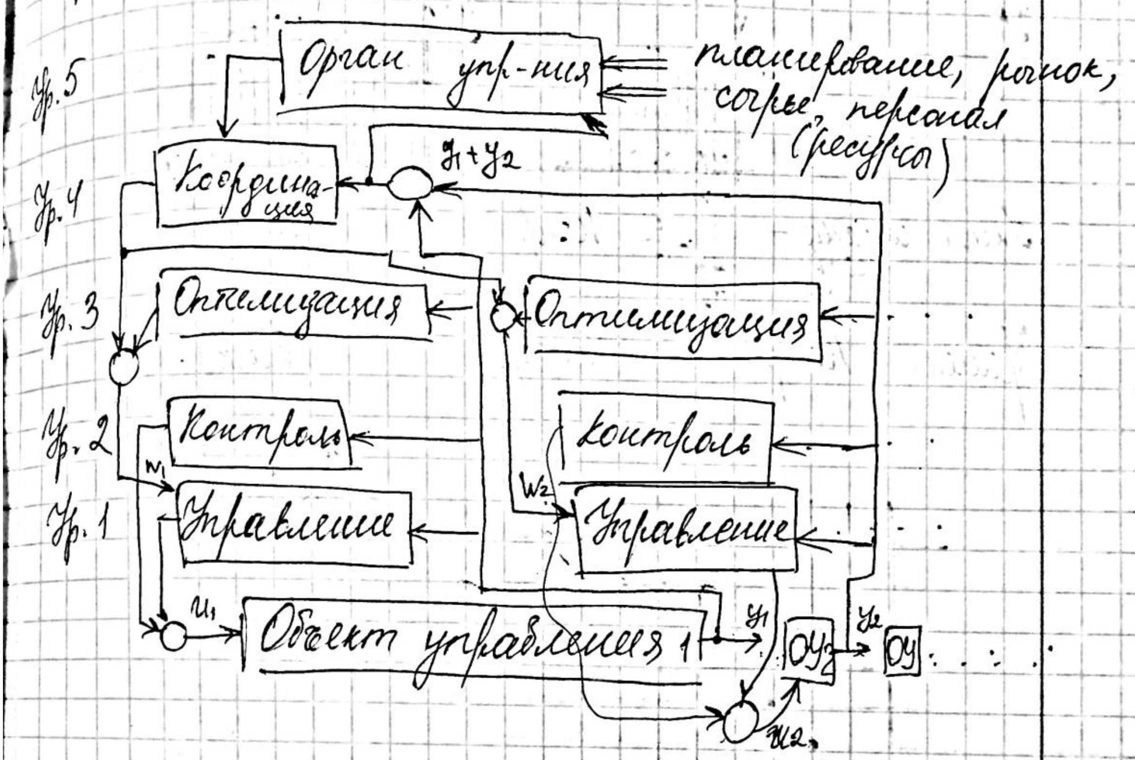
2)

$$X_m \sin\omega\left(\frac{\pi}{\omega} - t_{\text{в}}\right) = X_{\text{в}};\quad \sin\omega\left(\frac{\pi}{\omega} - t_{\text{в}}\right) = \frac{X_{\text{в}}}{X_m} \qquad (3.66)$$

Иерархическая структура управления. История применения управляющих вычислителей.

Дискретные системы. Импульсные и цифровые системы.

Иерархическая структура управления



1959г – впервые были использованы цифровые спец. вычислители

с 1962г – непосредств. регулирования в (цифровое)

1971, 75 – применение микро ЭВМ в контуре упр-ния